Ejercicios para entregar

Tarea 4.

1. *a*) Sea f uniformemente continua en $(0, 1]$. Probar que f es acotada en $(0, 1]$.

   b) Mostrar una función que sea continua y acotada en $(0, 1]$ pero no uniformemente continua.

2. Resuelva el ejercicio 24 de la práctica 4:

   Sea $S \subset \mathbb{R}^N$ y sea $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de funciones $f_n : S \to \mathbb{R}$ que converge uniformemente a una función $f : S \to \mathbb{R}$. Probar que si f_n es acotada para cada $n \in \mathbb{N}$ entonces vale:

   a) f es acotada.

   b) Existe $M \in \mathbb{R}$ tal que $|f_n(x)| \leq M$ para todo $x \in S$ y todo $n \in \mathbb{N}$ (en otras palabras, $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ es uniformemente acotada).